

רבים הכישלונות של אנשים שלא הבחינו כמה הם קרובים לפריצת דרך בדיוק ברגע בו הרימו ידיים (תומס א. אדיסון)

קשיי התלמידים בהם נתקלתי

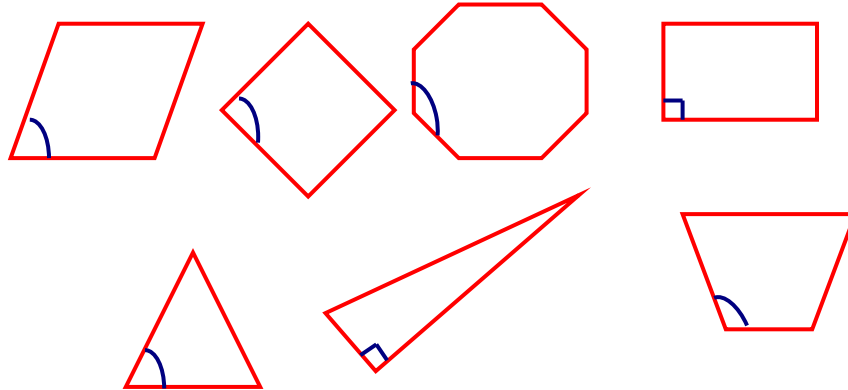
1. להבחין בין צלע לזווית.
2. לראות בתוך השרטוט את המשולש המבוקש.
3. את הזווית שנמצאת מול הצלע או הצלע שמול הזווית, כנ"ל לגבי הזווית שליד הצלע או הצלע שמול הזווית.
4. קושי בהתמצאות מרחבית – טרנספורמציה סיבובית או שיקוף או שילוב בין טרנספורמציות.
5. מה ההבדל בין נוסחת היקף לנוסחת שטח
6. איך מחשבים שטח? למה פעם זה ניצב כפול ניצב חלקי שתיים ופעם גובה כפול בסיס חלקי שתיים, הגובה למה? איפה הבסיס.
7. מתי זה סינוס או קוסינוס ואולי טנגנס.
8. מי למעלה מי למטה – בלבול בכתיבה נכונה של התרגיל
9. מה ההבדל בין שטח בסיס לשטח פנים או מעטפת.
10. איך מוצאים במחשבון
11. על איזה משולש נסתכל בתוך הגופים
12. איזה זווית צריך למצוא
13. איך אזכור את כל שלבי העבודה.

הדרך:

- א. הוראה בדרך המאפשרת "הנגשת התלמיד" לפתרון הבעיה.
- ב. ההעצמת הלומד ולהביא לחווית מסוגלות - ללמד איך פותרים כזה ולא איך פותרים את זה.
- ג. ניסוח מטרות **חיוביות** ואופרטיביות לפי מיומנויות.
- ד. למידה סיפראלית – ושיקוף התהליך בעיני התלמיד.
- ה. ארגון רצף הפעולות תוך שימוש באסטרטגיה של קידוד.

מטרה 1 : תדע/י להבחין בין צלע לזווית בתוך צורה גיאומטרית .

הדגמה :



כל הקטעים הצבועים באדום הם הצלעות של הצורות הגיאומטריות .

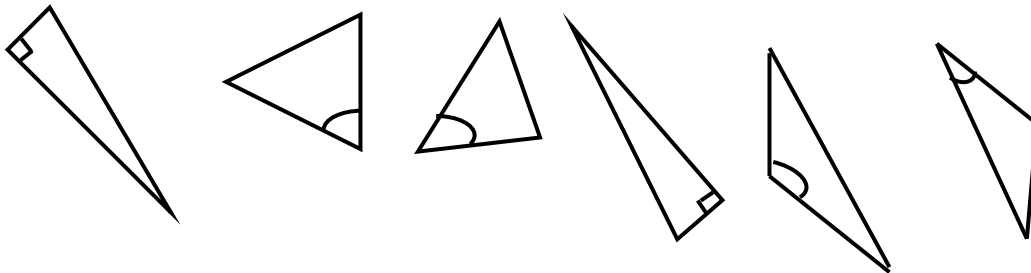
כל הקשתות הצבועות בכחול מסמנות את הזוויות.

בין כל שתי צלעות יש זווית.

אנו נתמקד בשלב זה במשולשים .

א. עליך לצבוע באדום את צלעות המשולשים ובכחול את הזווית המסומנת.

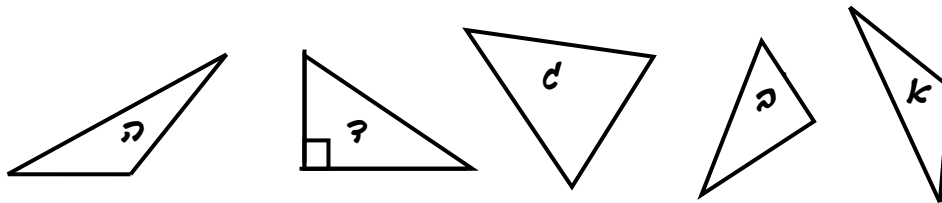
ב. עליך להוסיף סימון בכל משולש לזוויות הנוספות שבו.



ג. שרטט/י שני משולשים כרצונך וצבע/י את הצלעות באדום ואת הזוויות בכחול

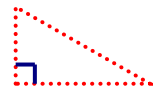
מטרה 2: תצליח / י לזהות מבין סוגי המשולשים השונים, את המשולש ישר הזווית.

הדגמה:

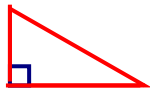


מבין המשולשים המשורטטים רק משולש **a** הוא **משולש ישר זווית**.

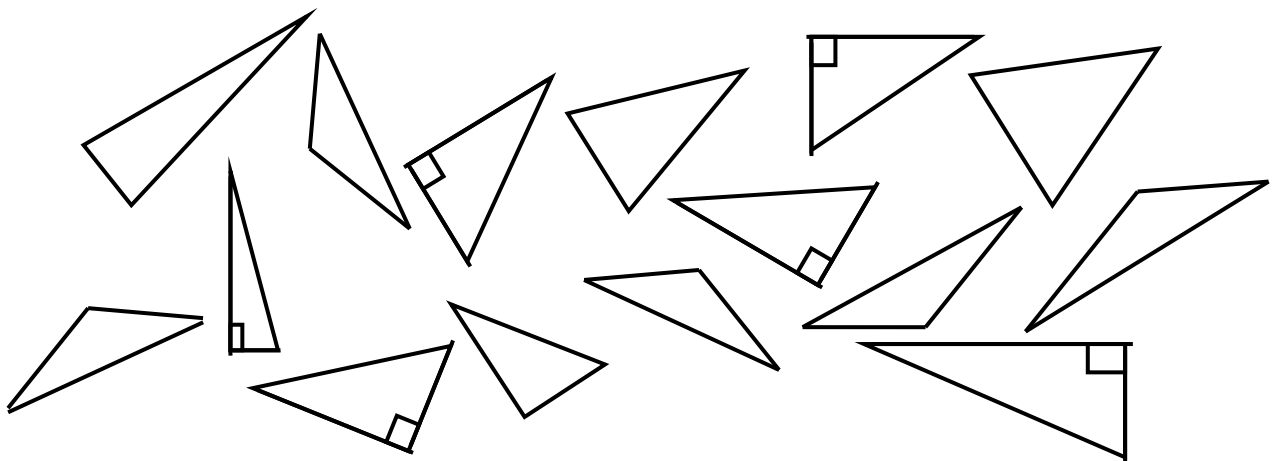
כיוון שיש לו **זווית ישרה** וסימונה הוא **a**.



זהו סימון המקובל בכל העולם ל**זווית ישרה** בתוך צורה הנדסית.



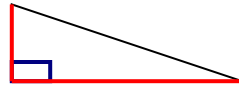
עליך להקיף את **המשולשים ישרי הזווית** מבין **המשולשים** הבאים:



מטרה 3 : תדע/י לזהות את שמות הצלעות במשולש ישר זווית , על פי ניצב ויתר.

הדגמה :

במשולש ישר זווית אנו מכנים את הצלעות אשר הזווית הישרה נמצאת ביניהם



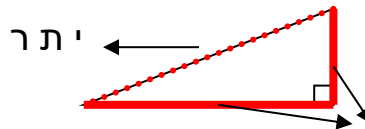
ניצבים

ואת הצלע הארוכה ביותר יתר והיא נמצאת מול הזווית הישרה.



מידע: לצלעות המשולש, אשר הזווית הישרה כלואה בניהן - קוראים ניצבים ולצלע השלישית קוראים יתר.

הדגמה :



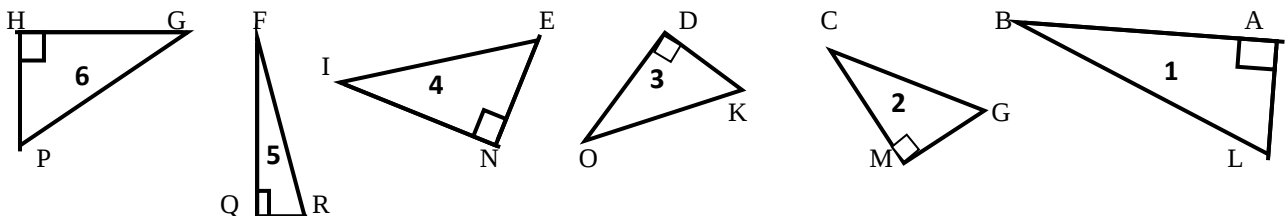
ניצב - למשולש ישר זווית יש שני ניצבים

האות נ במילה ניצב מסייעת לזיהוי הניצבים.



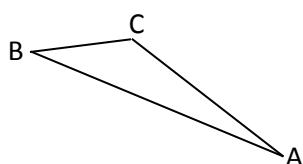
נוסיף את סימון הזווית הישרה ⊥ ונקבל את הצלעות הכולאות את הזווית הישרה. כעת ברור שהצלע השלישית תהיה היתר.

תרגול : מי הניצב ומי היתר בכל אחד מהמשולשים הבאים :



משולש	הניצבים הם	היתר הוא
1	_____ ו _____	_____
2	_____ ו _____	_____
3	_____ ו _____	_____
4	_____ ו _____	_____
5	_____ ו _____	_____
6	_____ ו _____	_____

מטרה 4 : תצליחי לחשב היקף של כל משולש.



מידע : היקף משולש הוא סכום אורכי כל צלעותיו.
הדגמה : אם נניח כי $AB = 8$ ס"מ , $AC = 6$ ס"מ , $BC = 3$ ס"מ .

היקף המשולש יהיה 17 ס"מ $8 + 6 + 3 =$

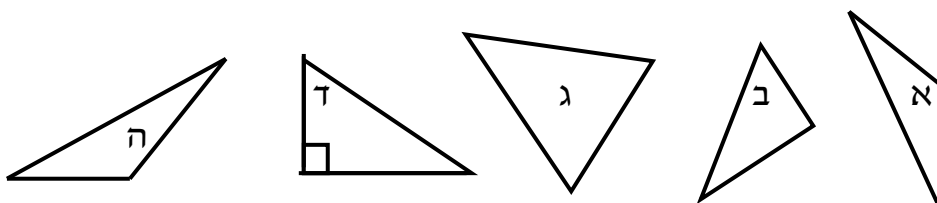
תרגול : מידות צלעותיו של משולש א. הן : $4, 5, 7$, מהו היקפו ?

מידות צלעותיו של משולש ב. הן : $3, 5, 6$, מהו היקפו ?

מידות צלעותיו של משולש ג. הן : $9, 5, 7$, מהו היקפו ?

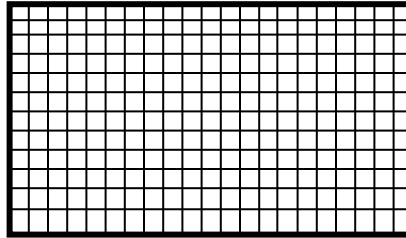
מידות צלעותיו של משולש ד. הן : $4, 5, 3$, מהו היקפו ?

מידות צלעותיו של משולש ה. הן : $10, 5, 7$, מהו היקפו ?

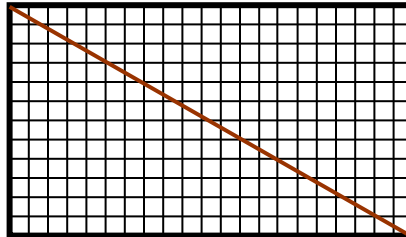


מטרה 5 : תדע לחשב שיטחו של כל משולש באמצעות מלבן.

מידע : השטח הוא התחום המוגבל על ידי צלעות הצורה.
הדגמה : בדף זה משורטט מלבן, כדי לדעת את מספר המשבצות שממלאות את שטחו, אנו יכולים לספור את כל משבצותיו, אך זו דרך ארוכה ואנו עלולים לטעות בספירה.
לכן, יעיל ביותר יהיה - לספור את מספר המשבצות בשורה אחת - יש 21 משבצות בשורה
לספור את מספר המשבצות בעמודה אחת - יש 12 משבצות בעמודה
כלומר : יש 12 שורות של 21 משבצות.
על כן : מספר המשבצות הממלאות את כל השטח הוא $252 = 21 \cdot 12$
אנו קוראים ליחידות השטח **יח"ש** = **יחידות שטח** או **יח"ר** = **יחידות ריבועיות** כיוון שכל משבצת בשטח הצורה היא ריבוע. לכן נכתוב כי שטח המלבן הוא 252 יח"ש או 252 יח"ר.



כל מלבן ניתן לחלק לשני משולשים שווים שטח, על ידי העברת **אלכסון**.

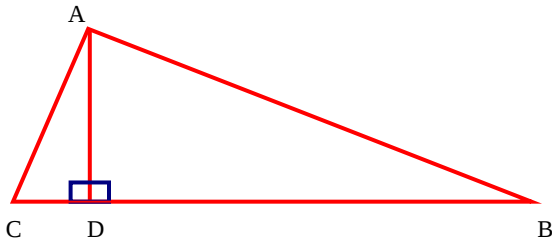


ואז שטח כל אחד מהמשולשים יהיה מחצית משטח המלבן.

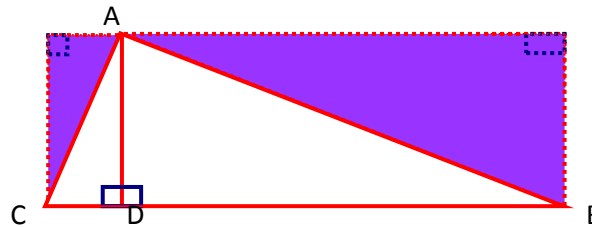
$$\frac{21 \cdot 12}{2} = 126 \quad \text{כי} \quad 126 \text{ יח"ר} \quad \text{שטח המשולש הוא } 126 \text{ יח"ר}$$

באותו אופן ניתן לחשב שיטחו של כל משולש, באמצעות המלבנים שמרכיבים אותו.

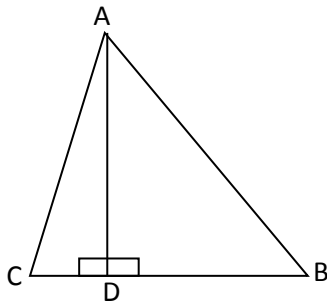
$$\frac{AD \cdot BC}{2} = \text{שטחו של משולש } ABC$$



הסבר : אורך הצלע CB של המלבן הוא $CB = DB + CD$
אורך AD הוא כאורך הצלע השנייה של המלבן .



משימה : חשבו/י את שטחו של המשולש המשוורטט , כאשר ידועים הנתונים הבאים :



$$AC = 13 \text{ ס"מ}$$

$$CD = 5 \text{ ס"מ}$$

$$AD = 12 \text{ ס"מ}$$

$$DB = 9 \text{ ס"מ}$$

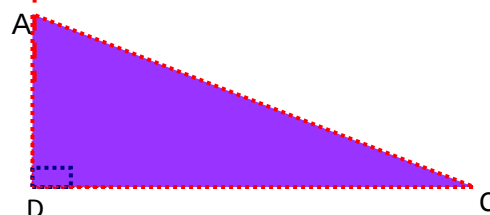
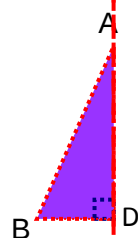
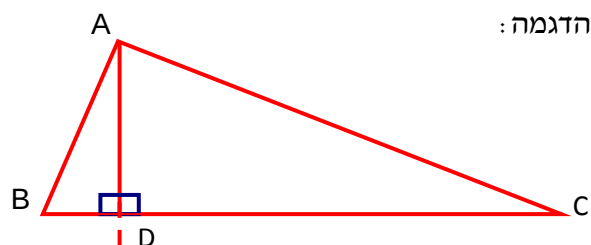
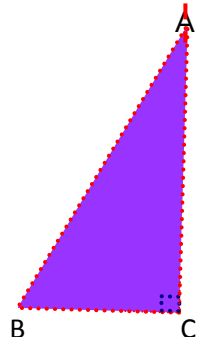
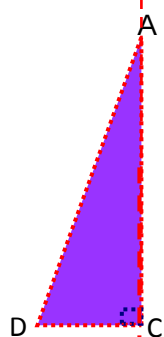
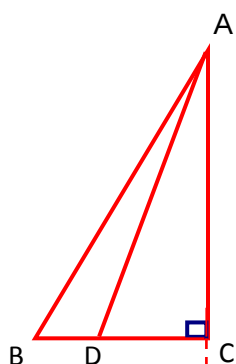
$$AB = 15 \text{ ס"מ}$$

שאלות בעלות פירוק דומה מתוך המאגר	
5	34 , 22-26

טריגונומטריה ליחידה ראשונה

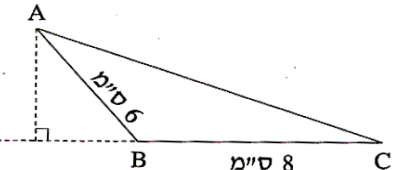
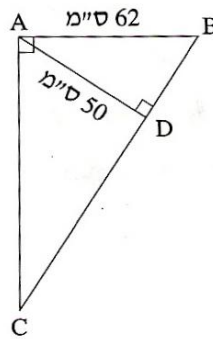
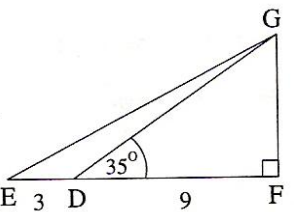
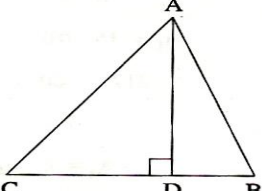
מטרה: תצליחי לפרק שרטוט מורכב למשולשים ישרי זווית.

ולרשום את שם המשולש – כתיבת האותיות של קדקודיו בהתאמה.



משימה : עליך לפרק את השרטוטים הבאים למשולשים ישרי זווית המרכיבים

אותם ולכתוב את האותיות המייצגות כל משולש כזה.

שאלות בעלות פירוק דומה מתוך המאגר			
20,21	8,32,38	6,7,9,10,13,37	14-19 ,11,12 ,1-4
			

מפרקים את השרטוט הנתון למשולשים ישרי זווית.

ולרשום את המידע הבא : 1. אותיות קדקודי המשולש.

2. סימון הזווית הישרה.

3. מי הם הניצבים?

4. מיהו היתר?

שמורי/י עבודה זו כי בעוד שלושה תהליכים תוכל/י לכתוב את התרגיל המתאים לפתרון כל השאלות במאגר בנושא הטריגונומטריה בשלמות. ועבודה זו תהווה בסיס.

שימו 

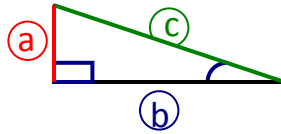
peace

חוצה זווית - מחלק את הזווית לשני חצאים - לשני חלקים שווים. (חצי חצי)

תיכון לצלע - מחלק את הצלע לשני חלקים שווים - (חוצה את הצלע)

מטרה : תצליח/י לקבוע את הקשר בין הזוויות הנתונות לשיום (מתן שם) הצלעות.

הדגמה :



ⓑ - הניצב b נימצא בין הזוויות המסומנות (הזווית הישרה והזווית הנתונה או המבוקשת בשאלה)

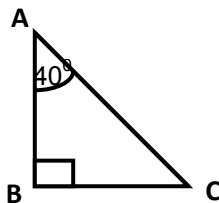
ⓐ - הניצב a יש סימון של זווית a חת בלבד. (הזווית הישרה)

ⓒ - היתר c הוא הצלע הארוכה ביותר c או הצלע שמול הזווית הישרה

שימו  - אני מקיפים בעיגול את האותיות a b c לשם סימון שלנו בלבד.

תרגול : קביעת אותיות מתאימות לניצבים והיתר לפי a b c .

א. על סמך הנתונים בשרטוט עליך לקבוע את השם המתאים לכל צלע.



לפי a b c . ולהקיף בעיגול כל אות.

ב. עליך לקבוע בכל אחד מהשרטוטים אשר שורטטו בתרגול הקודם

על פי נתוני הזוויות את "שמות צלעותיו" a b c .

שימו  - שלב ראשון - מפרקים למשולשים ישרי זווית.

שלב שני - קובעים את שמות הצלעות לפי a b c.

מטרה: צביעה - א. נצבע את מה שנתון.

ב. נצבע את מה שצריך למצוא.

על פי הנתונים המסומנים בשרטוט והכתובים בשאלה. נגלה את מה שצריך למצוא ומה נתון.

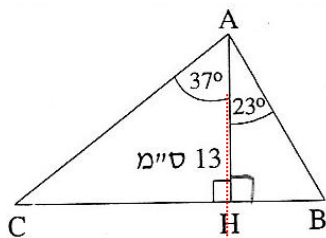
הדגמה: במשולש ABC אורך הגובה AH הוא 13 ס"מ.

הזווית בין הצלע AB לגובה AH היא 23° .

הזווית בין הצלע AC לגובה AH היא 37° .

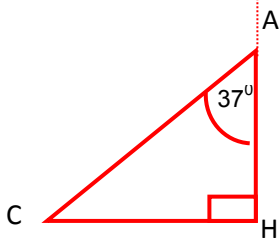
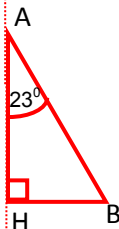
א. חשב את אורך הצלע AB.

ב. חשב את אורך הצלע AC.



הדרך לפתרון:

מפרקים למשולשים ישרי הזווית.



קובעים את הצלעות לפי a b c

צובעים את מה שצריך למצוא ואת מה שנתון.

ב. עליך לצבוע בכל אחד מהשרטוטים אשר שורטטו בתרגול הקודם.

מה צריך למצוא ומה נתון, במידת האפשר.

שימו  - שלב ראשון - **מ** יהו המשולש ישר הזווית.

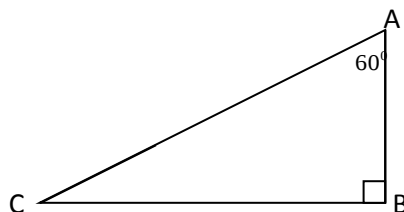
- שלב שני - **ק** ביעת הצלעות לפי a b c.

- שלב שלישי - **צ** ביעת הצריך למצוא והנתון.

מטרה: תבין/ני את משמעות המושג טריגונומטריה

משמעות המילה טריגונומטריה היא מדידת משולשים. הטריגונומטריה עוסקת ביחסים שיש בין **צלעות** **וזוויות** במשולשים. יחסים אלו חושבו לראשונה על ידי אסטרונומים למטרת חישוב מרחקים בין כוכבים.

זהו משולש ישר זווית $\triangle ABC$ אשר זוויותיו הן: 90° 60° 30°



עליך למדוד את אורך צלעותיו ולרשום את תוצאות היחסים הבאים:

$$1) \frac{AB}{AC} =$$

$$2) \frac{AB}{BC} =$$

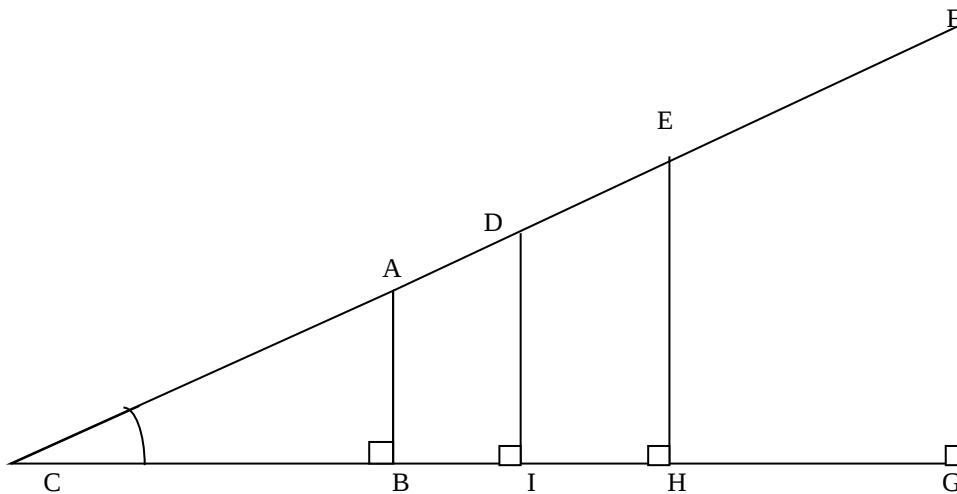
$$3) \frac{BC}{AC} =$$

אנו נשתמש בשלושת היחסים הללו בהמשך.

למתעניינים שביננו- מתוך ויקפידה :

טריגונומטריה (מיוונית trigōnon "משולש" + metron "מדידה") היא ענף ב**מתמטיקה** העוסק בקשר שבין **זוויות** ו**צלעות**. מקורו ההיסטורי של הענף במדידות כוכבים שבוצעו על ידי **ספנים** על מנת לקבוע מסלולי שיט. את הקשרים האלו מאפיינים על ידי **הפונקציות הטריגונומטריות**, כאשר רוב העיסוק בתחום מתמקד באפיון תכונותיהן. הפונקציות הטריגונומטריות הבסיסיות הן ה**סינוס** וה**קוסינוס**. ב**ספרות הרבנית**, החל מ**המאה ה-14** וכמעט עד לימינו, כונה הסינוס - "בקע", והקוסינוס - "תשלום הבקע". את המונח "בקע" טבע **רבי יצחק הישראלי**, בעל הספר "יסוד עולם".

בשרטוט הבא האריכו את צלעות המשולש שראינו בעמוד הקודם, **א** לא שינו את זוויותיו. עליך למדוד את הצלעות המתקבלות ולרשום בטבלה את תוצאות היחסים הרשומים בראש כל עמודה.



המשולש	היחס	היחס	היחס
	ניצב עם זווית אחת מסומנת	ניצב עם זווית אחת מסומנת	ניצב עם זווית אחת מסומנת
	ניצב בין שתי זוויות מסומנות	ניצב בין שתי זוויות מסומנות	ניצב בין שתי זוויות מסומנות
$\triangle ABC$			
$\triangle DCI$			
$\triangle EHC$			
$\triangle FGC$			

מה הגילוי ????

מטרה: תכיר/י את המושגים - סינוס – $\sin$, קוסינוס – $\cos$, טנגנס / $\tan$
 ודרך הצגתם בנוסחאון לבגרות.

המושגים הללו הם השמות שניתנו לקשרים בין יחס הצלעות לגודל הזוויות.

כלומר: ליחס בין **הניצב a** - הניצב עם סימון של **זווית a** חת בלבד.

לבין **היתר c** הוא הצלע הארוכה ביותר.

$\sin \alpha$ קוראים

ליחס בין **הניצב b** נימצא בין הזוויות הנתונות.

לבין **היתר c** שהוא הצלע הארוכה ביותר.

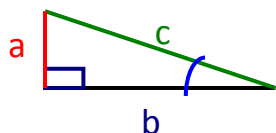
$\cos \alpha$ קוראים

ליחס בין **הניצב a** - הניצב עם סימון של **זווית a** חת בלבד.

לבין **הניצב b** נימצא בין הזוויות הנתונות.

$\tan \alpha$ קוראים

הדגמה בהתאם לנוסחאון:



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

מטרה: **ב** חירת הפונקציה המתאימה לפתרון השאלה, על פי הנוסחאות.

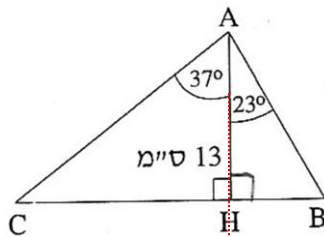
$$\sin \alpha, \cos \alpha, \text{ או } \tan \alpha$$

חזרה להדגמה קודמת:

משולש ABC אורך הגובה AH הוא 13 ס"מ.

הזווית בין הצלע AB לגובה AH היא 23° .

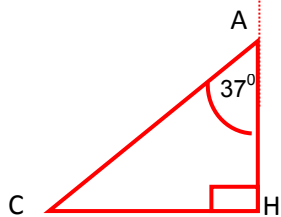
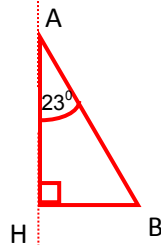
הזווית בין הצלע AC לגובה AH היא 37° .



ג. חשב את אורך הצלע AB.

ד. חשב את אורך הצלע AC.

דרך הפתרון:



שימו  - שלב ראשון - **מ**פרקים למשולשים ישרי זווית.

- שלב שני - **ק**ובעים את שמות הצלעות לפי a b c.

- שלב שלישי - **צ**ובעים את מה שצריך למצוא ומה שנתון.

- שלב רביעי - **ב**וחרים את הפונקציה המתאימה לפתרון על פי הנוסחאות.

תרגול לשם בדיקת הבנה: עליך להתאים את הפונקציה המתאימה לפתרון השאלה

$\sin \alpha, \cos \alpha$ או $\tan \alpha$ בכל אחת מהשאלות בהם ביצעת את השלבים הקודמים

מטרה: תצליח/י לבצע חישובים של צלעות וזוויות בעזרת שימוש נכון במחשבון
אנו נבחין בין שני מצבים האחד כאשר עלינו למצוא צלע והשני כאשר עלינו למצוא זווית.

כאשר נרצה למצוא אורך צלע

נתונים: גודל הזווית ואורך אחת הצלעות צריך למצוא: צלע שנייה

מקרה 1: הנעלם במונה: **נכפול הצלע** הנתונה ב $\sin$ או $\cos$ או $\tan$ **הזווית**

מקרה 2: הנעלם במכנה: **נחלק** את **הצלע** הנתונה ב $\sin$ או $\cos$ או $\tan$ **הזווית**

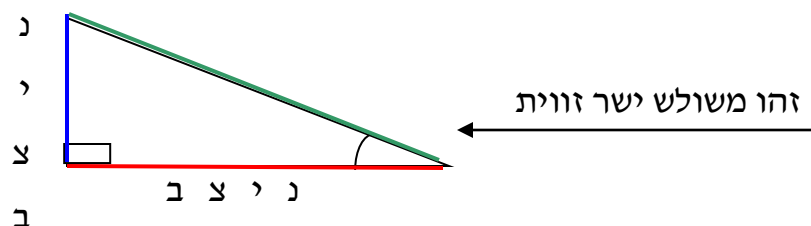
צריך למצוא זווית

נתונים: אורכי הצלעות צריך למצוא: גודל הזווית

א. נחשב את היחס בין הצלעות על ידי כך שנחלק צלע בצלע

ב. נלחץ SHIFT ואז $\tan$, $\cos$, $\sin$ בהתאם לתרגיל הנתון.

תרגול: חשבו ומצאו את התשובה לכל אחת מהשאלות שביצעתם בתרגול הקודם.



כיצד פותרים שאלה בטריגונומטריה? מתחילים ב **מ ק צ ב**

מ פרקים למשולשים ישרי זווית (ורושמים מידע על : צלעות זוויות מידות).

ק ובעים "שם" לכל אחת מהצלעות

b ← הַ יצב **b** בין 2 זוויות מסומנות.

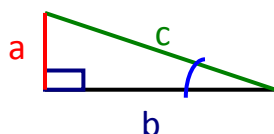
a ← הַ יצב עם זווית **a** אחת מסומנת.

c ← הַ ית ר , הצלע הארוכה ביותר.

צ ובעים את הצלעות ← מה שנתון ומה שצריך למצוא.

ב חירת הפונקציה המתאימה לפתרון השאלה , על פי הנוסחאון.

הדגמה בהתאם לנוסחאון :



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

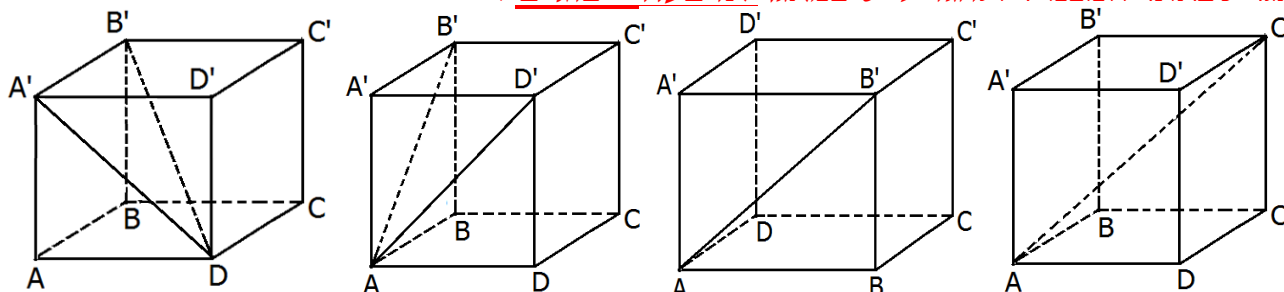
$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

הערה חשובה: כל מידע ש"נאסוף" נרשום בשרטוט המקורי

טריגונומטריה במרחב - תיבה

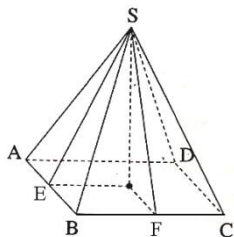
להכין לתלמידים תיבות גדולות המאפשרות לשרטט את המשולש המבוקש – ניתן להעתיק

מהמאגר שבאתר המפמ"ר ולהגדיל יש במאגר ארבעה ייצוגים.



מיומנויות	מספר שיעורים
א. צביעה בשלושה צבעים לשלושה ממדים ב. זיהוי משולשים לפי ה"שידוך לתג".	2 שיעורים
תרגול לבדיקת הבנה ואבחנה. ניתן בשלב ראשון לפתור לפי זיהוי משולשים במישור (בסיסים ופאות) ולאחר מכן במרחב.	2 שיעורים
חישובי נפח, שטח מעטפת ושטח פנים הערות: 1. במידת הצורך להעמיק בתרגול לבדיקת הבנה ואבחנה ולתלמידים שהפנימו זאת ללמד את חישוב הנפח של התיבה. 2. מאחר והתלמידים מתבלבלים בין שטח פנים לשטח מעטפת די לתת סימן אחד שיבהיר מהו שטח מעטפת – הסימן שיכול לסייע הוא העטיפה של "קירות הסוכה".	2 שיעורים

פירמידה



משולש		שלב
צלעות הבסיס ואלכסון הבסיס		קלט
		רישום הנתונים בבסיס הפירמידה צלע ומחציתה אלכסון ומחציתו
משולש ישר זווית		עיבוד במישור
משולש שווה שוקיים		חשבו את אורך אלכסון הבסיס חשבו את שטח הפאה חשבו את הגובה של הפאה הצדדית
צלעות המשולש הן: גובה הפירמידה חצי אלכסון הבסיס מקצוע צדדי.		נתון מקצוע צדדי
צלעות המשולש		עיבוד במרחב
צלעות המשולש		נתון גובה הפאה
אפשרות א': גובה הפירמידה חצי הצלע (הכחולה)	אפשרות ב': גובה הפירמידה חצי הצלע (הכתומה)	אפשרות א': אפשרות ב':
		חשוב- על פי מה שנדרש בשאלה
		פלט